



UNIVERSIDAD DE BELGRANO

Las tesinas de Belgrano

**Facultad de Ingeniería
Ingeniería Electrónica, especialización
Telecomunicaciones**

**Spread Spectrum: análisis de la técnica direct
sequence y sus aplicaciones**

Nº 199

Javier Deslarmes

Tutor: Martín Vernengo

Departamento de Investigaciones
Agosto 2008

1. Índice

| | |
|--|----|
| 1. ÍNDICE | 3 |
| 2. OBJETIVO Y ALCANCE..... | 5 |
| 3. DESARROLLO TEÓRICO | 5 |
| 3.1 Introducción | 5 |
| 3.2 Transmisión | 6 |
| 3.2.1 Ensanchamiento de señal de datos..... | 6 |
| 3.2.2 Secuencias pseudoaleatorias de ruido falso (PN)..... | 9 |
| 3.2.3 Fórmula útil | 11 |
| 3.3 Recepción..... | 11 |
| 3.3.1 Reducción de espectro | 11 |
| 3.3.2 Correlador..... | 12 |
| 3.3.3 Efectos de la reducción del espectro en las interferencias “antijamming” | 13 |
| 3.3.4 Probabilidad de error de bit | 14 |
| 3.4 Aplicaciones de los sistemas..... | 16 |
| 3.4.1 Baja probabilidad de interceptación (LPI)..... | 16 |
| 3.4.2 Sistemas de acceso múltiple (“CDMA: Code Division Multiple Access”)..... | 16 |
| 4. DESARROLLO PRÁCTICO | 21 |
| 4.1 Simulaciones de los sistemas de Espectro Expandido | 21 |
| 4.1.1 Introducción a las simulaciones..... | 21 |
| 4.1.2 Primera Simulación..... | 22 |
| 4.1.3 Segunda Simulación..... | 25 |
| 4.2 Análisis de las secuencias de máxima longitud..... | 28 |
| 5. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS Y CONCLUSIONES | 30 |
| 5.1 Primera Simulación | 30 |
| 5.2 Segunda Simulación | 31 |
| 5.3 Análisis de las secuencias de máxima longitud | 31 |
| 6. BIBLIOGRAFÍA..... | 32 |

2. Objetivo y alcance

A través del siguiente trabajo final de carrera se busca realizar un análisis exhaustivo de la modulación Espectro Expandido (Spread Spectrum) para la técnica Direct Sequence, que tiene hoy en día una gran difusión en la aplicación a los medios de enlace que se basan en radioenlaces digitales.

En principio se realizó un desarrollo teórico de la modulación para poder enfocarse en las características más importantes de los sistemas que utilizan esta tecnología. Algunos de los temas teóricos de relevancia serán: Transmisión, Recepción, Secuencias pseudoaleatorias de ruido falso (PN), Efectos de la reducción del espectro en las interferencias “antijamming”, Aplicación en los sistemas de acceso múltiple (“CDMA: Code Division Multiple Access”).

Una vez concluido el desarrollo teórico se dará paso al desarrollo práctico realizado en su totalidad con el programa MATLAB 7.0. Las dos primeras prácticas de este desarrollo involucran a dos simulaciones de sistemas de Espectro Expandido, las cuales apuntan a comprobar las características principales vistas en el desarrollo teórico, para ello se analizarán curvas de probabilidad de error de bits que se obtuvieron de dichas simulaciones. La tercera práctica es el análisis entre secuencias, con diferentes características, que tiene como fin optimizar la aplicación en los sistemas de acceso múltiple. Esta última práctica apunta a dejar establecido un análisis que sirva como referencia para futuros estudios de otros tipos de secuencias que prioricen perfeccionar la aplicación mencionada.

3. Desarrollo teórico

3.1 Introducción

Suponemos que nos encontramos en una reunión con personas de diferentes lugares del mundo que hablen distintos idiomas simultáneamente.

A un participante que solo conoce un idioma le llegan todas las conversaciones a sus oídos.

Sin embargo siempre que el ruido producido por el resto de las conversaciones se encuentren dentro de ciertos límites, la conversación en su propio idioma se destacará del resto y será recibida e interpretada por ese participante.

El resto interferirá la recepción en más o menos dependiendo del volumen de voz y de la similitud del idioma.

El idioma es el “código” del mensaje.

En cierta forma este caso ejemplifica una transmisión utilizando Spread Spectrum (SS) como medio de transmisión.

La traducción del nombre es Espectro Ensanchado o Expandido, significa que se amplía el ancho de banda de la señal por medio de un código con ciertas características que benefician la transmisión del mensaje.

La definición dada por Viterbi [1] dice:

“SS es el medio de transmisión en el cual la señal ocupa un ancho de banda (BW) superior del mínimo necesario para enviar la información; la banda base es ensanchada por medio de un código independiente de los datos, este es conocido por el receptor quien correlaciona la señal recibida con el código en correcta fase para recuperar los datos enviados”.

Analizando cada punto tenemos:

1. La señal ocupa un ancho de banda (BW) superior al mínimo necesario para transmitir la información.
2. La banda base se ensancha por medio de una señal código independiente de los datos.
3. En el receptor la señal de datos original es recuperada correlacionando la señal recibida con una réplica sincronizada y en fase de la señal de código utilizada para el ensanchamiento de la banda base.

La ampliación del espectro de Banda trae aparejado otra ventaja. Según el principio enunciado por Shannon, en la Teoría de la Información, en un canal ruidoso se puede intercambiar ancho de banda por potencia de la señal, manteniendo constante la capacidad del canal.

$$C = B \log (1 + S/N)$$

Donde:

C es la capacidad del canal ruidoso.

B es el ancho de Banda de la señal.

S/N es la relación señal a ruido en la recepción.

De esta forma se puede regular la potencia de los emisores para que no se interfieran en forma significativa, disminuyendo la misma y ampliando el ancho de banda en una relación acorde para mantener constante la capacidad del canal.

Por esta razón en la actualidad, cuando se instala un radio enlace con SS no es necesario pedir autorización a la Comisión Nacional de Comunicaciones, sólo se debe informar.

Una aplicación de tales sistemas de comunicación se da en situaciones en las que el emisor no desea que sus transmisiones sean detectadas por otros, por ejemplo, en sistemas de comunicación militar. Al final de la Segunda Guerra Mundial ya se había avanzado en el estudio de esta técnica y eran conocidas sus ventajas con respecto a la capacidad para rechazar interferencias, ya sean intencionales o no. El objetivo de dicho sistema era expandir en forma intencional el espectro para disminuir la densidad espectral transmitida hasta un nivel que se encuentre por debajo del nivel del ruido térmico de cualquier receptor enemigo. Hoy en día las señales spread spectrum son usadas en una variedad de aplicaciones comerciales como por ejemplo comunicaciones vehiculares móviles o comunicaciones wireless entre oficinas.

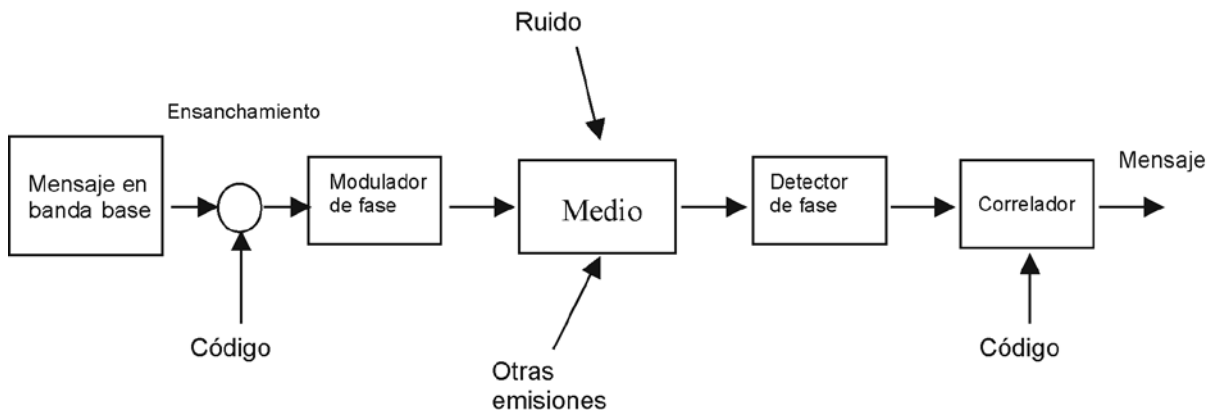
Las aplicaciones destacables de de dichos sistemas son:

1. Supresión de interferencia "antijamming".
2. Sistemas con Baja probabilidad de interceptación ("LPI: low probability of intercept")
3. Alta resolución para determinar posicionamiento.
4. Sistemas de acceso múltiple ("CDMA: Code Division Multiple Access").

Algunas técnicas para el ensanchamiento del espectro son: modulación con "Direct Sequence", en la cual a partir de una función determinística se genera una secuencia pseudoaleatoria y esta conteniendo los datos produce la modulación en fase de la portadora; "Frequency Hopping", en la cual la frecuencia portadora cambia en forma pseudoaleatoria; y "Time Hopping" donde se transmiten ráfagas de datos en momentos con intervalos pseudoaleatorios.

En este trabajo se analizará solo el método Direct Sequence.

A continuación se muestra un diagrama del sistema:



3.2 Transmisión

3.2.1 Ensanchamiento de señal de datos

De la definición de SS se destacaran algunas características:

❖ "La señal es ensanchada por un código independiente de los datos".

Consideremos a la señal una secuencia de información binaria, la cual tiene una tasa de bit de información igual a R bits por segundos, y el intervalo de bit es $T_b = 1/R$. El ancho de banda disponible del canal es B_c en hertz donde $B_c \gg R$. Esta señal banda base de información es definida como $v(t)$ y es expresada como:

$$v(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_m g_T(t - mT_b) \quad (2)$$

donde $(a_m = \pm 1, -\infty < m < \infty)$ y g_T es un pulso rectangular de duración T_b . Para ser ensanchada esta señal se la multiplica por la señal del generador de secuencia PN, la cual es expresada como:

$$c(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n p(t - nT_c) \quad (3)$$

Donde c_n representa la secuencia del código binario pseudoaleatorio de valores ± 1 y $p(t)$ un pulso rectangular de duración T_c , como se ilustra en el gráfico (a) de la figura 1.

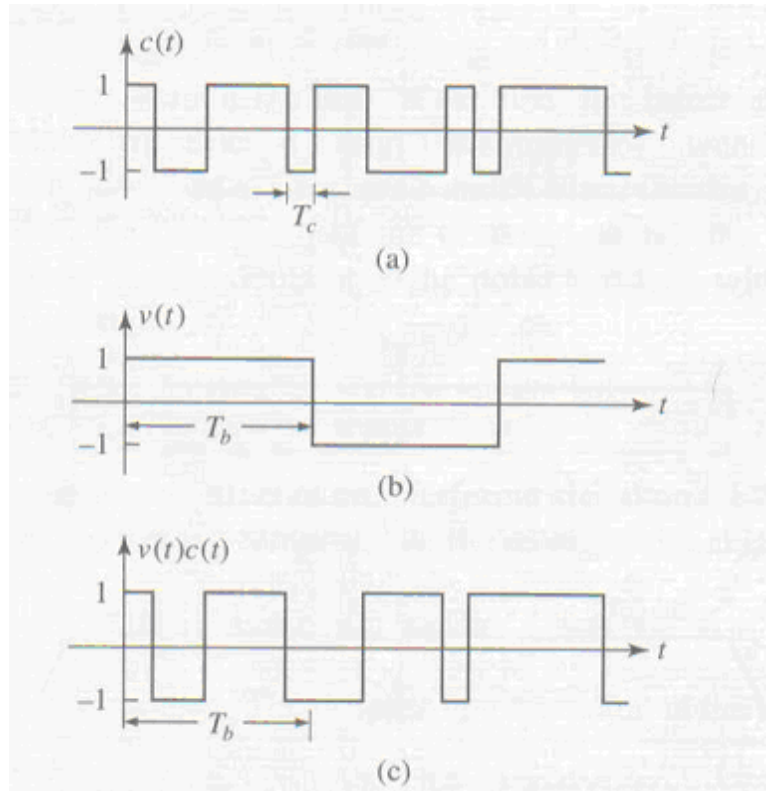


Fig.1

La multiplicación sirve para expandir el espectro de un ancho de banda de la señal de información (que es aproximadamente R hertz) a un ancho de banda ocupado por la señal pseudoaleatoria PN (donde el ancho de banda es aproximadamente $1/T_c$).

El ensanchamiento del espectro se ilustra en la figura 2, la cual muestra, con un ejemplo en simples términos usando espectros rectangulares (que en la realidad se asemejarían a funciones del tipo *sinc*), la convolución de los dos espectros, el espectro angosto correspondiente a la señal de información $[V(f)]$ y el espectro ancho de la señal pseudoaleatoria PN $[C(f)]$.

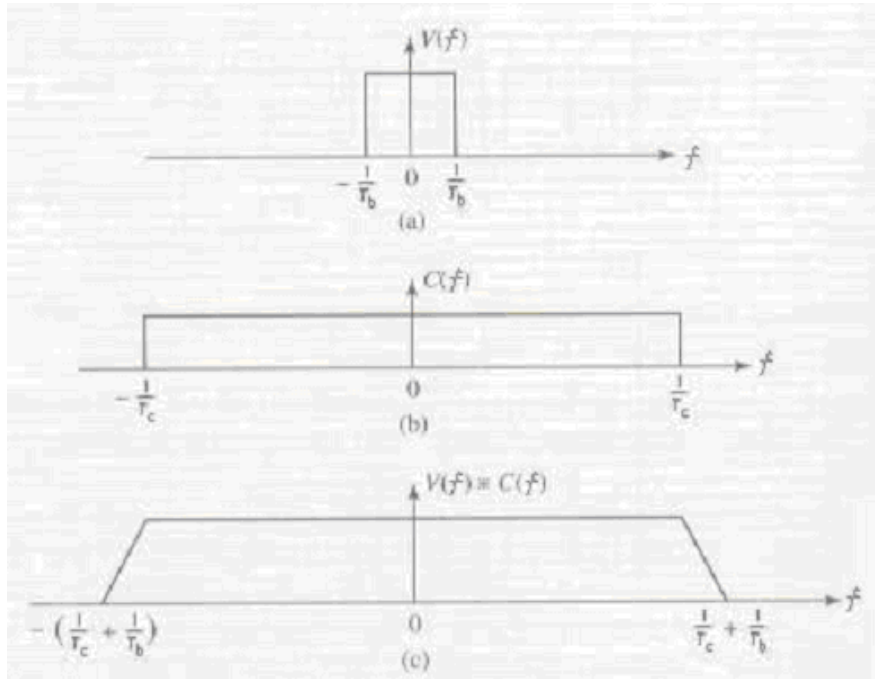


Fig. 2

La secuencia pseudoaleatoria $c(t)$, que pasaremos a explicar en detalle mas adelante, en la práctica es determinista, pero a pesar de eso tiene características de una señal binaria aleatoria hasta que la secuencia comienza a repetirse y exhibe un patrón repetitivo. Se supone que la longitud de la secuencia antes de la repetición es muy grande comparada con otras constantes de tiempo del sistema. En este caso se supone que la secuencia es aleatoria, esto es existe una correlación cero entre el valor de un bit y el valor de otros bits de la secuencia. Con estas limitaciones el análisis en el campo de las frecuencias se hará a partir de las densidades espectrales de potencias que por definición dada en Stembler (referencia [2], Cap. 8.13) se obtienen de la transformada de Fourier de la función autocorrelación o sea:

$$S_x(\omega) = F \{ R_x \} \quad (4)$$

Donde $S_x(\omega)$ es la densidad espectral de potencia y R_x la función autocorrelación. Si se supone la independencia estadística entre la señal con datos $[v(t)]$ y la señal expansora PN $[c(t)]$, la función autocorrelación de su producto es igual al producto de sus funciones de autocorrelación. Por lo tanto la densidad espectral de potencia de sus productos es la convolución de las densidades espectrales de potencia tal como se muestra en el gráfico (c) de la figura 2.

El producto de señales $v(t)c(t)$, que también se ilustra en la figura 1, es usado para modular la portadora $A_c \cos 2\pi f_c t$, y así generar la señal *espectro expandido DS* que se expresa de la siguiente manera:

$$u(t) = A_c v(t)c(t) \cos 2\pi f_c t \quad (5)$$

Siendo $v(t)c(t) = \pm 1$ para todo t entonces la señal se puede expresar como:

$$u(t) = A_c \cos [2\pi f_c t + \theta] \quad (6)$$

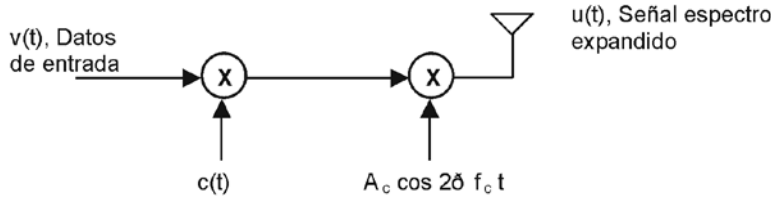
Donde $\theta(t) = 0$ cuando $v(t)c(t) = 1$ y $\theta(t) = \pi$ cuando $v(t)c(t) = -1$. Por lo tanto la señal transmitida es una señal PSK binaria, donde su fase varía en una tasa $1/T_c$.

El pulso rectangular $p(t)$ es usualmente llamado *chip* y su tiempo de duración T_c es llamado *intervalo de chip*. La inversa $1/T_c$ es llamada recíprocamente *tasa de chip* y corresponde (aproximadamente) al ancho de banda de la señal transmitida. La relación entre el intervalo de bit (T_b) y el intervalo de chip (T_c) es usualmente seleccionada como un número entero en los sistemas prácticos de spread spectrum. Esta relación se denota como:

$$L_c = T_b / T_c \quad (7)$$

Siendo L_c el número de chips de la secuencia PN por bit de información.

El diagrama en bloques del modulador de señales de espectro expandido es el siguiente:



3.2.2 Secuencias pseudoaleatorias de ruido falso (PN)

❖ “El código de ensanchamiento es independiente de los datos”

Además de ser independiente, debe contar con propiedades de aleatoriedad para disminuir la interferencia entre ellos y mantener la comunicación con un alto nivel de privacidad.

Sin embargo para recibir el mensaje se necesita una sincronización del receptor con el transmisor, una réplica del código utilizado y en fase.

Se desean las siguientes características para las secuencias de código:

- 1-Fácilmente generadas.
- 2-Con propiedades de aleatoriedad.
- 3-De períodos largos.
- 4-Difíciles de reconstruir a partir de una muestra pequeña de bits.

Se utilizan secuencias pseudoaleatorias como señal de código. Estas secuencias son generadas con Registros de desplazamiento de Retroalimentación Lineal.

Un registro de desplazamiento es una serie de memorias en cascada. El estado binario de cada memoria se transfiere al siguiente bajo el mando de un reloj. Los contenidos de los registros son linealmente combinados de acuerdo si existe o no realimentación. Finalmente el contenido de estas etapas de realimentación se suma en modulo dos para que luego el valor pase a una memoria de paso hasta el siguiente pulso de reloj.

El diagrama de la figura 3 nos muestra un generador de secuencias PN de m etapas de memorias:

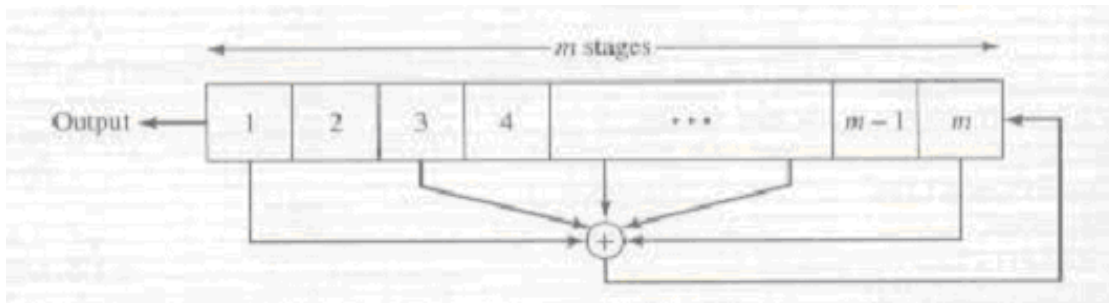


Fig. 3

Determinadas combinaciones de realimentaciones permiten producir secuencias de máxima longitud (o m-secuencias). No todas las realimentaciones producen secuencias máximas solo algunas, en la figura 4 se muestra las diferentes combinaciones de realimentación para obtener secuencias de máxima longitud. Para m etapas, la longitud máxima de código que se puede obtener esta dada por la expresión:

$$L = 2^m - 1 \quad (8)$$

En las m etapas pueden variar todas las combinaciones de 0 y 1 excepto todos 0, pues de esta situación no existen cambios. La secuencia entonces es periódica con período L y cada período tendrá una secuencia de 2^{m-1} unos y $2^{m-1} - 1$ ceros.

| <i>m</i> | Stages Connected to Modulo-2 Adder | <i>m</i> | Stages Connected to Modulo-2 Adder | <i>m</i> | Stages Connected to Modulo-2 Adder |
|----------|------------------------------------|----------|------------------------------------|----------|------------------------------------|
| 2 | 1, 2 | 13 | 1, 10, 11, 13 | 24 | 1, 18, 23, 24 |
| 3 | 1, 3 | 14 | 1, 5, 9, 14 | 25 | 1, 23 |
| 4 | 1, 4 | 15 | 1, 15 | 26 | 1, 21, 25, 26 |
| 5 | 1, 4 | 16 | 1, 5, 14, 16 | 27 | 1, 23, 26, 27 |
| 6 | 1, 6 | 17 | 1, 15 | 28 | 1, 26 |
| 7 | 1, 7 | 18 | 1, 12 | 29 | 1, 28 |
| 8 | 1, 5, 6, 7 | 19 | 1, 15, 18, 19 | 30 | 1, 8, 29, 30 |
| 9 | 1, 6 | 20 | 1, 18 | 31 | 1, 29 |
| 10 | 1, 8 | 21 | 1, 20 | 32 | 1, 11, 31, 32 |
| 11 | 1, 10 | 22 | 1, 22 | 33 | 1, 21 |
| 12 | 1, 7, 9, 12 | 23 | 1, 19 | 34 | 1, 8, 33, 34 |

Fig. 4

Para el observador informado, la progresión está determinada por un número de etapas del registro del desplazamiento y la elección de las derivaciones que se aplican a la operación suma modulo 2. Sin embargo para el observador no informado, la progresión aparece como eternamente aleatoria. Por eso estas secuencias a veces se llaman “seudoaleatorias”.

Una importante característica de las secuencias periódicas pseudoaleatorias es su función autocorrelación, la cual puede ser definida en términos de secuencias bipolares (-1,+1) como:

$$R_c(m) = \sum_{n=1}^L c_n c_{n+m} \quad 0 \leq m \leq L - 1$$

Donde L es el período de la secuencia y c_n la secuencia bipolar. Dado que la secuencia pseudoaleatoria es periódica su secuencia de autocorrelación también lo es, con período L.

En el caso de las m-secuencias, sus secuencias de autocorrelación seguirán el siguiente patrón:

$$R_c(m) = \begin{cases} L, & m = 0 \\ -1, & 1 \leq m \leq L - 1 \end{cases}$$

En la figura 5 se ve un ejemplo claro de la secuencia de autocorrelacion para un caso simple con una replica de 7 bits y 3 etapas de memorias.

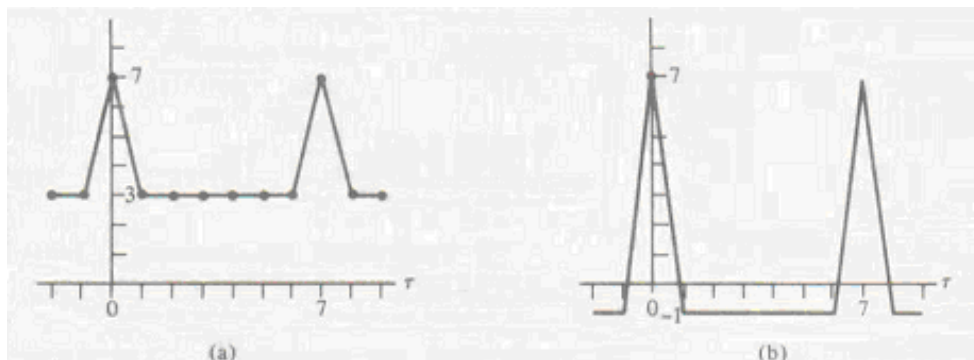


Fig. 5

La figura.5 (a) es para el caso binario encendido-apagado (0,1), la figura. 5(b) es para el caso polarizado (-1,+1). En cualquier caso se puede apreciar que el máximo está dado por la energía normalizada (siete en este caso) con desplazamiento cero. La correlación decrece a un nivel plano para todos los

demás desplazamientos hasta un período más adelante. Como resultado de esto, la densidad espectral de potencia se aproxima a una densidad espectral blanca a medida que aumenta la longitud de la secuencia. Como estas secuencias son pseudoaleatorias con densidad espectral de potencias blancas, se llama secuencia de ruido falso (PN, "Pseudo Noise").

No solo es necesario sincronizar el oscilador de la frecuencia portadora ($\cos \omega_c$) en el receptor con el transmisor, sino también sincronizar el generador de la señal expansora $\{c(t)\}$ en el receptor con el transmisor. Para ello el procedimiento de sincronización se divide básicamente en dos métodos, el primero que permita que el receptor pueda generar una réplica de la secuencia PN correcta, y el segundo que permita mantener el alineamiento de tiempo correcto entre la secuencia PN recibida y la réplica generada dentro de la fracción del intervalo de chip. Un circuito usado a menudo para este último propósito es el "lazo de amarre de retardo (DLL)" el cual mediante el manejo de las funciones de autocorrelación explicadas recientemente obtiene el sincronismo deseado, (para más información sobre el tema véase referencia [2] Capitulo 10).

3.2.3 Fórmula útil

Como último tema de la transmisión se definirá una fórmula que será de utilidad en el desarrollo práctico, que muestra la comparación de la relación señal a ruido de una señal con la relación entre la energía de bit y la densidad espectral del ruido, se define:

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{S}{N} \times \frac{W}{R} = \frac{S}{N} \times L_c \quad (9)$$

Dado que:

$E_b = S \times T_b = S/R$ (siendo E_b la energía de bit, S la potencia de la señal y R la tasa de bit)

$N_0 = N/W$ (siendo N_0 la densidad espectral de ruido en Watts/Hz, N la potencia de ruido en watts y W ancho de banda en Hz, que en señales de espectro expandido es aprox. $1/T_c$).

L_c es relación entre el intervalo de bit (T_b) y el intervalo de chip (T_c).

3.3 Recepción

3.3.1 Reducción de Espectro

El demodulador de la señal SS es ilustrado en la fig.6. La señal recibida es primero multiplicada por la réplica de la señal expansora $c(t)$ generada por un generador de secuencia de código PN en el receptor, la cual debe estar sincronizada al código PN de la señal recibida. Esta operación se la llama reducción del espectro, puesto que el efecto de multiplicación por $c(t)$ en el receptor es anular la operación de expansión producida en la transmisión.

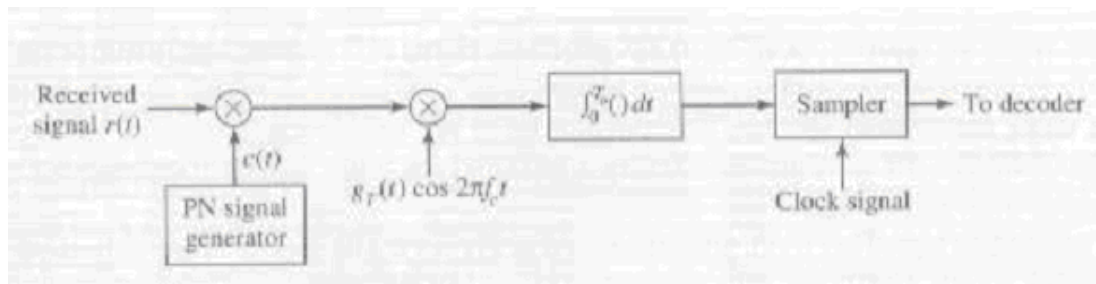


Fig. 6

Así se tiene:

$$A_c v(t)c^2(t) \cos 2\pi f_c t = A_c v(t) \cos 2\pi f_c t \quad (10)$$

Ya que $c^2(t) = 1$ para todo t . La señal resultado $A_c v(t) \cos 2\pi f_c t$, ocupa un ancho de banda de aproximadamente R hertz, que es el ancho de banda de la señal de información.

Luego, como se aprecia en la fig. 6, la demodulación de la señal reducida es simplemente un correlador o filtro acoplado que pasare a explicar a continuación.

3.3.2 Correlador

En un sistema de comunicación binario, los datos binarios consisten en una secuencia de ceros y unos que son transmitidos por medio de dos tipos de señales, que llamaremos $s_0(t)$ y $s_1(t)$.

Si suponemos que la tasa de la señal es R bits por segundos. A cada bit le corresponderá una señal acorde a la siguiente regla:

$$\begin{aligned} 0 &\rightarrow s_0(t), & 0 \leq t \leq T_b \\ 1 &\rightarrow s_1(t), & 0 \leq t \leq T_b \end{aligned}$$

Donde $T_b = 1/R$ es definido como el intervalo de tiempo de bit.

Se puede emplear señales binarias polares, $s_0(t) = s(t)$ y $s_1(t) = -s(t)$ como muestra la figura 7, donde $S(t)$ tiene una energía de señal igual a E.

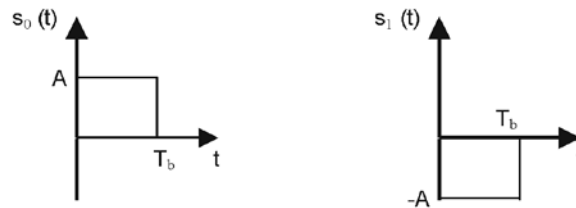


Fig. 7

La señal del receptor de un canal AWGN, (que significa con ruido aditivo, blanco y gaussiano), puede ser expresada como:

$$r(t) = \pm s(t) + n(t), \quad 0 \leq t \leq T_b$$

Si suponemos que $s(t)$ es transmitida, la señal recibida será:

$$r(t) = s(t) + n(t)$$

La salida del correlador en el instante T_b será:

$$\begin{aligned} r &= \int_0^{T_b} r(t) \cdot s(t) dt \\ &= \int_0^{T_b} s^2(t) dt + \int_0^{T_b} s(t) \cdot n(t) dt \\ &= E + n \end{aligned}$$

Donde E es la energía e la señal de y n es la componente de ruido aditivo expresado como:

$$n = \int_0^{T_b} n(t) \cdot s(t) dt$$

Puesto que la media del ruido aditivo $n(t)$ es cero, se entiende que $E(n) = 0$. Donde E es la esperanza (o valor medio) para la variable aleatoria n. La varianza de la componente de ruido aditivo n será:

$$\sigma^2 = E(n^2)$$

$$\begin{aligned}
 &= \int_0^{T_b} \int_0^{T_b} E[n(t) n(\tau)] s(t) s(\tau) dt d\tau \\
 &= \frac{N_0}{2} \int_0^{T_b} \int_0^{T_b} \delta(t - \tau) s(t) s(\tau) dt d\tau \\
 &= \frac{N_0}{2} \int_0^{T_b} s^2(t) dt = \frac{N_0 E}{2}
 \end{aligned}$$

Dado que:

$$E[n(t) n(\tau)] = R_n(t - \tau) = F^{-1}\left\{\frac{N_0}{2}\right\} = \frac{N_0}{2} \delta(t - \tau)$$

Donde R_n es la autocorrelación del ruido y F^{-1} es la antitransformada de Fourier.

(Para más información sobre las definiciones de la esperanza y la varianza véase referencia bibliográfica. [2], Cap. 8.5 y 8.13)

Similarmente, cuando la señal transmitida es $-s(t)$, la entrada al detector será:

$$r = -E + n$$

El detector observa las posibles salidas del correlador y decide si la señal transmitida es $s_0(t)$ o $s_1(t)$, las cuales corresponden a transmisión de 0 y 1 respectivamente.

3.3.3 Efectos de la reducción del espectro en las interferencias “antijamming”.

Si suponemos que la señal recibida es:

$$r(t) = A_c v(t)c(t) \cos 2\pi f_c t + i(t) \quad (11)$$

Donde $i(t)$ denota la interferencia. En la figura 8 se puede apreciar la densidad espectral de potencia de la interferencia $S_j(f)$, la cual tiene un ancho de banda estrecho, y la densidad espectral de la señal recibida $S_c(f)$, la cual tiene un ancho de banda expandido dominado por la tasa de la señal expansora $1/T_c$.

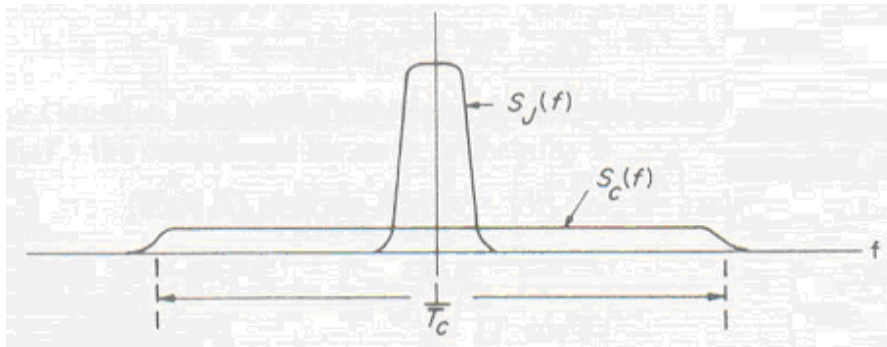


Fig. 8

La operación de reducción de espectro en el receptor es:

$$r(t).c(t) = A_c v(t) \cos 2\pi f_c t + i(t) c(t) \quad (12)$$

El efecto de la multiplicación de la interferencia $i(t)$ con $c(t)$ es expandir el ancho de banda de $i(t)$ a $W = 1/T_c$ hertz. A su vez, el primer término de la ecuación de la señal recibida queda $A_c v(t) \cos 2\pi f_c t$ ya que como vimos con anterioridad $c^2(t) = 1$ para todo t , ocupando así un ancho de banda de aproximadamente R hertz, que es el ancho de banda de la señal de información. Esto se puede apreciar en la figura 9.

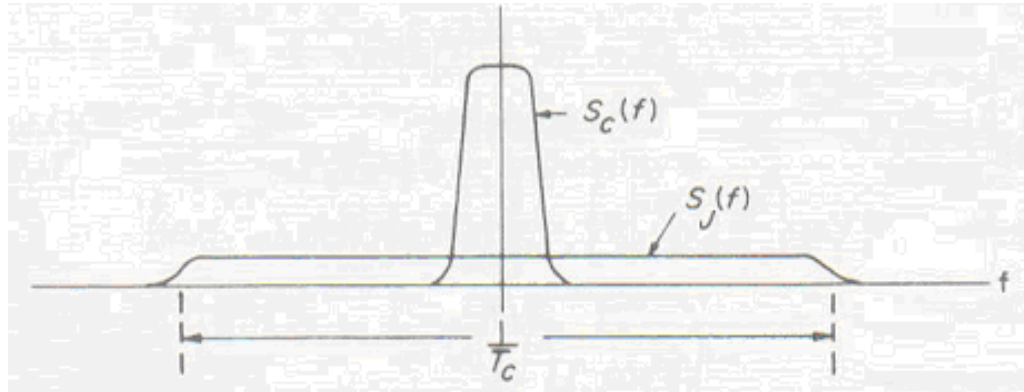


Fig. 9

Como ejemplo, consideremos una señal de interferencia senoidal de la forma:

$$i(t) = A_j \text{sen } 2\pi f_j t \quad (13)$$

Donde f_j es la frecuencia dentro del ancho de banda de la señal transmitida. La multiplicación con $c(t)$ en la recepción da como resultado un ensanchamiento del ancho de banda de la señal de interferencia con una densidad espectral de potencia $J_0 = P_j / W$, donde $P_j = A_j^2 / 2$ que es la potencia media de la interferencia. Puesto que la señal deseada es demodulada por un correlador que tiene un ancho de banda R , la potencia total de la interferencia en la salida del demodulador será:

$$J_0 \cdot R = \frac{P_j \cdot R}{W} = \frac{P_j}{W/R} = \frac{P_j}{T_b/T_c} = \frac{P_j}{L_c} \quad (14)$$

Por lo tanto la potencia en la señal de interferencia es reducida por una cantidad igual al factor de expansión W / R . El factor $W / R = T_b / T_c = L_c$, (que se explicó en la transmisión como el número de chips de la secuencia PN por bit de información), es llamado *ganancia de procesamiento* de los sistemas de Espectro Expandido. **La reducción en la potencia de la interferencia es la razón básica para el uso de señales de Espectro Expandido en la transmisión de información digital sobre canales con interferencia.**

En resumen las secuencias pseudoaleatorias PN son usadas en el transmisor para expandir las señales de información a un ancho de banda amplio. Cuando la señal recibida es multiplicada por una réplica sincronizada del código pseudoaleatorio PN, la señal deseada es reducida a un ancho de banda angosto, mientras que cualquier señal de interferencia es expandida a un ancho de banda amplio. El efecto final es la reducción en la potencia de la interferencia en un factor de W / R , el cual es la ganancia de procesamiento en los sistemas de espectro expandido.

La secuencia de código pseudoaleatorio PN $\{c_n\}$ se genera para ser reconocida por un único receptor. Cualquier otro receptor no tiene el conocimiento de la secuencia de código pseudoaleatorio PN, por lo tanto no puede demodular la señal. Así el uso de secuencias de código pseudoaleatorias provee un grado de privacidad que no es posible lograr con la modulación convencional. El costo de esta privacidad es por un lado el incremento del ancho de banda del canal utilizado y por otro la complejidad de los sistemas de comunicaciones.

3.3.4 Probabilidad de error de bit

En un canal con ruido aditivo, blanco y gaussiano (AWGN), la probabilidad de error para un sistema de espectro expandido por secuencia directa (SS-DS) que emplea una modulación de fase (PSK) es idéntica a la probabilidad de error para un sistema de modulación de fase convencional PSK (sin expansión), que se expresa:

$$P_{eb} = Q \left(\sqrt{\frac{2 E_b}{N_0}} \right) \quad (15)$$

Si la interferencia es una señal senoidal de la forma $i(t) = A_j \cos 2\pi f_j t$, con potencia igual a P_j , la probabilidad de error será aproximadamente:

$$P_{eb} = Q \left(\sqrt{\frac{2 E_b}{P_j / W}} \right)$$

$$P_{eb} = Q \left(\sqrt{\frac{2 E_b}{J_0}} \right)$$

Así la potencia de la interferencia (P_j) es reducida por el factor del ancho de banda de la señal espectro expandido (W). En este caso se ignora al ruido AWGN, el cual se asume insignificante, esto es $N_0 \ll P_j / W$. Si se considera el ruido AWGN en el canal, la probabilidad de error será expresada como:

$$P_{eb} = Q \left(\sqrt{\frac{2 E_b}{N_0 + P_j / W}} \right)$$

$$P_{eb} = Q \left(\sqrt{\frac{2 E_b}{N_0 + J_0}} \right)$$

Otra forma de analizar la probabilidad de error es visualizando la figura 9, allí se puede apreciar que la densidad espectral de la interferencia $S_j(f)$ en la recepción es ampliada comparándola con la densidad espectral de potencia de la portadora modulada en datos $S_c(f)$.

Para el punto de vista práctico (como aproximación) se puede decir que la densidad espectral de la interferencia $S_j(f)$ se supone plana a través del ancho de banda de interés, esto es:

$$S_j(f) \approx 1/2 P_j \cdot T_c \quad \text{para } -1/T_b < f < 1/T_b$$

Si la señal de interferencia fuera un ruido blanco gaussiano con densidad espectral de potencia constante $N_0 / 2$, la probabilidad de error de bit quedaría como vimos inicialmente:

$$P_{eb} = Q \left(\sqrt{\frac{2 E_b}{N_0}} \right)$$

Como aproximación, se puede continuar utilizando el resultado si se reemplaza $N_0 / 2$ por $S_j(f)$. Si además se tiene que $E_b = P \cdot T_b$, $R = 1 / T_b$ y $W = 1 / T_c$ se obtiene:

$$P_{eb} = Q \left(\sqrt{\frac{2 \cdot P \cdot W}{P_j \cdot R}} \right)$$

Por lo tanto, la potencia de la interferencia se puede contrarrestar haciendo la relación $W / R = T_b / T_c = L_c$ (ganancia de procesamiento), tan grande como sea posible. Esta conclusión es la misma que se encontró en el estudio de los efectos de la reducción del espectro en las interferencias, solo que desde

el punto de vista de la probabilidad de error, que ayudará a entender mejor el análisis de la práctica (simulación 2).

3.4 Aplicaciones de los sistemas

3.4.1 Baja probabilidad de interceptación (LPI)

En esta aplicación la señal de información es transmitida a un nivel muy bajo de potencia en relación al ruido del canal y al ruido térmico que es generado en el receptor.

Si la señal espectro expandido transmitida ocupa un ancho de banda W , y la densidad espectral de potencia del ruido aditivo es N_0 (watts/hertz), la potencia media de ruido en un ancho de banda W es $P_n = W \cdot N_0$.

La potencia media de la señal recibida es P_r . Si deseamos ocultar la presencia de la señal a receptores que están en los alrededores del receptor del sistema, la señal deberá ser transmitida en un nivel de potencia tal que $P_r/P_n \ll 1$. El receptor del sistema puede recuperar la débil señal de información del ruido de fondo con la ayuda de la ganancia de procesamiento y la ganancia de código. La ganancia de código se la define como:

$$\text{Ganancia de código} = R_c \cdot d H_{min}$$

Donde R_c es la tasa del código y $d H_{min}$ es la distancia mínima de Hamming, (para más información sobre el tema véase referencia [3] Capítulo 8).

Cualquier otro receptor que no tenga conocimiento de la secuencia de código pseudoaleatoria PN es incapaz de que tome provecho de la ganancia de procesamiento y de la ganancia de código. Por lo tanto la detección de la señal de información es muy difícil de llevar a cabo por otros detectores que estén fuera del sistema.

En estos casos se llama a la señal transmitida de *baja probabilidad de interceptación (LPI)* o señales LPI.

3.4.2 Sistemas de acceso múltiple ("CDMA: Code Division Multiple Access")

El acrecentamiento en el rendimiento obtenido en una señal de espectro expandido a través de la ganancia de procesamiento, puede ser usada para permitir que muchas señales de espectro expandido de secuencia directa ocupen un mismo ancho de banda del canal, siempre que cada señal tenga su propia secuencia pseudoaleatoria. Así es posible tener varios usuarios transmitiendo mensajes simultáneamente a través del mismo ancho de banda del canal. Este tipo de comunicación digital, en el cual cada par transmisor-receptor tiene su propio código pseudoaleatorio para transmitir a través de un ancho de banda común de un canal, es llamado Acceso Múltiple por División de Código "Code Division Multiple Access (CDMA)"

Algunos tipos de comunicaciones con múltiple acceso pueden ser:

Punto a punto: Aquí un receptor puede detectar y decodificar una señal de espectro expandido de un radiotransmisor donde hay varios transmisores de espectro expandido.

Punto Multipunto: Aquí un receptor puede detectar y decodificar simultáneamente varias señales de espectro expandido transmitidas por radiotransmisores separados espacialmente.

Para el canal punto a punto, el acceso múltiple es logrado, solamente en banda base, usando un multiplexor y un demultiplexor en el transmisor y receptor como muestra las figuras 10 y 11.

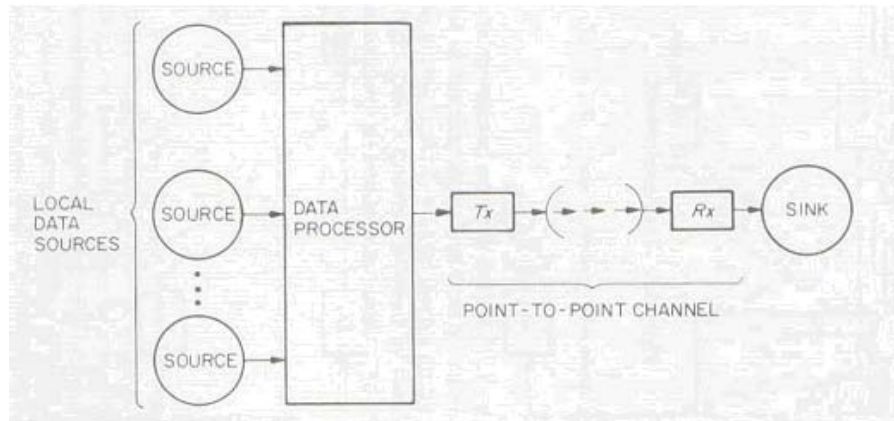


Fig. 10

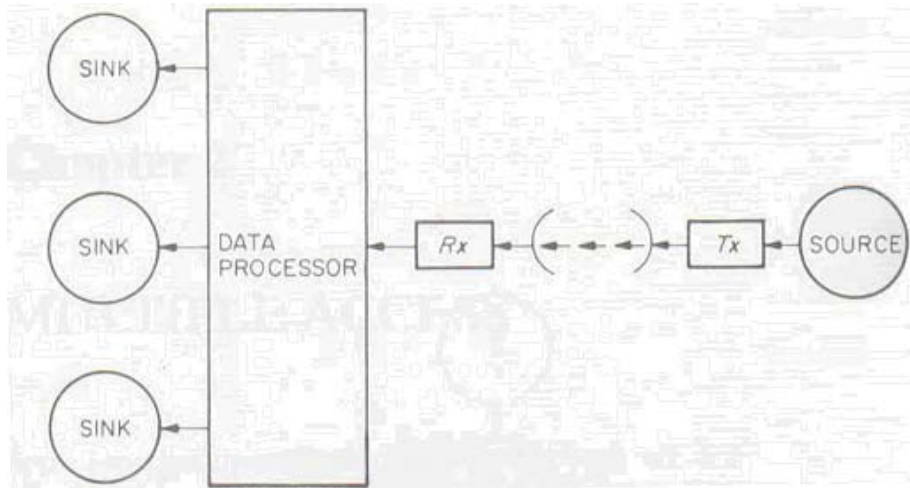


Fig. 11

El sistema punto multipunto es ilustrado en la figura 12 y 13. Aquí el acceso múltiple puede ser logrado de radio frecuencias.

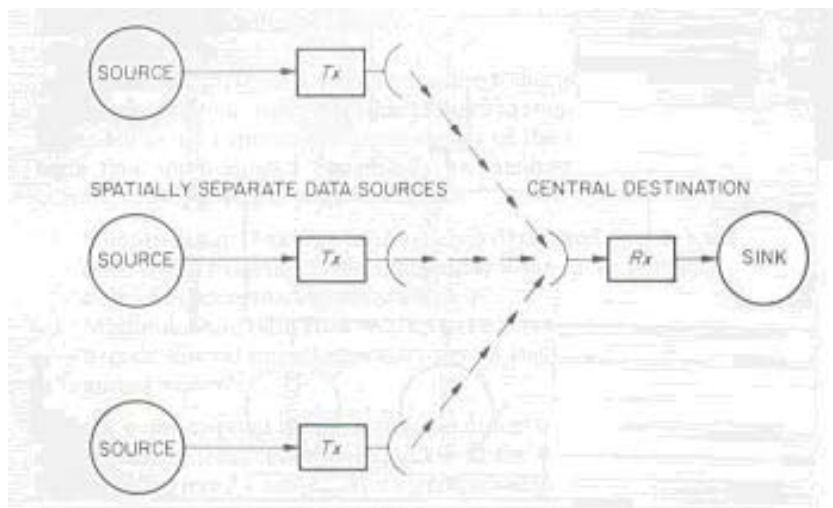


Fig. 12

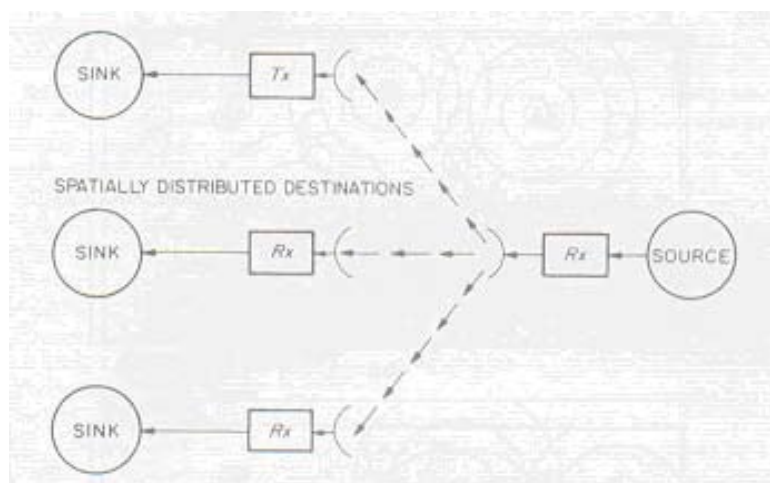


Fig. 13

En comunicaciones digitales a través de celulares, una estación base transmite a un número de receptores N móviles, (como se muestra en la figura 13 del sistema punto multipunto), usando N secuencias pseudoaleatorias PN ortogonales, una para cada receptor estipulado. Estas N señales son perfectamente

sincronizadas en la transmisión para que ellas arriben a cada receptor móvil en sincronismo. Consecuentemente, debido a la ortogonalidad de las N secuencias pseudoaleatorias PN, cada receptor puede demodular su propia señal sin interferencias.

Sin embargo, este tipo de sincronismo no puede mantenerse en las señales transmitidas desde los transmisores móviles a la estación base. En la demodulación de cada señal de espectro expandido por secuencia directa DS, las señales de los usuarios simultáneos del canal aparecen como interferencia aditiva.

La ortogonalidad de las secuencias pseudoaleatorias PN entre el número de usuarios generalmente es difícil de lograr, especialmente si el número de usuarios es grande. De hecho, el diseño de un gran grupo de secuencias pseudoaleatorias con buenas propiedades de correlación es un importante problema que a recibido considerable atención en la literatura técnica, y que pasaremos a explicar un poco más de detalle.

Ya se explicó la importancia de la función autocorrelación en las secuencias pseudoaleatorias PN, en el capítulo de Recepción (desde ahora las secuencias pseudoaleatorias PN las llamaremos secuencias PN para abreviar). En algunas aplicaciones, como CDMA, las propiedades de correlación cruzada de las secuencias PN son tan importantes como las propiedades de autocorrelación. Para entender un poco más sobre las propiedades de la función correlación cruzada se verá una breve introducción:

Se define el producto escalar de dos funciones $v(t)$ y $w(t)$ del mismo tipo como:

$$\langle v(t), w(t) \rangle = \begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} v(t) w(t) dt & \text{(señales de energía)} \\ 1/T_D \int_{-\infty}^{\infty} v(t) w(t) dt & \text{(señales de potencia)} \end{cases}$$

El producto escalar de la función consigo misma es la potencia o la energía de la señal:

$$\|v\|^2 = \langle v(t), v(t) \rangle$$

La desigualdad de Schwartz nos da un límite superior en el valor del producto escalar:

$$|\langle v(t), w(t) \rangle| \leq \|v\| \|w\|$$

Y el valor máximo se obtiene cuando las señales son directamente proporcionales:

$$|\langle v(t), w(t) \rangle| = \|v\| \|w\| \quad \text{si solo si } v(t) = a w(t)$$

Donde a es una constante arbitraria.

El producto escalar es igual a cero si las señales son ortogonales.

$$\langle v(t), w(t) \rangle = 0$$

Esto se cumple cuando:

- Las dos señales tienen simetría opuesta.
- No se traslapan, son desunidas en el tiempo.
- Son desunidas en frecuencia, sus espectros no se traslapan (no se superponen).

Como conclusión el producto escalar me da una medida de similitud entre dos funciones, si son proporcionales el producto es máximo, si son distintas el producto es cero.

Se define como correlación cruzada entre dos funciones:

$$R_{vw}(\tau) = \langle v(t), w(t-\tau) \rangle$$

Al producto escalar entre dos funciones cuando una de ellas sufre un desplazamiento τ .

Cuando τ es cero, las dos funciones están en fase, luego la correlación cruzada nos da una medida de similitud entre las señales en función de su desplazamiento relativo.

La definición de la correlación cruzada en términos de secuencias bipolares es:

$$R_{vw}(m) = \sum_{i=1}^L v_i w_{i+m} \quad 0 \leq m \leq L-1 \quad (16)$$

Donde L es el período de la secuencia, v_n la secuencia bipolar y w_{n+m} otra secuencia bipolar que sufre el desplazamiento m.

En la figura 14, se puede apreciar un ejemplo de una función de correlación cruzada (c), entre una señal aleatoria (a) y la réplica de la señal aleatoria retardada más ruido (b).

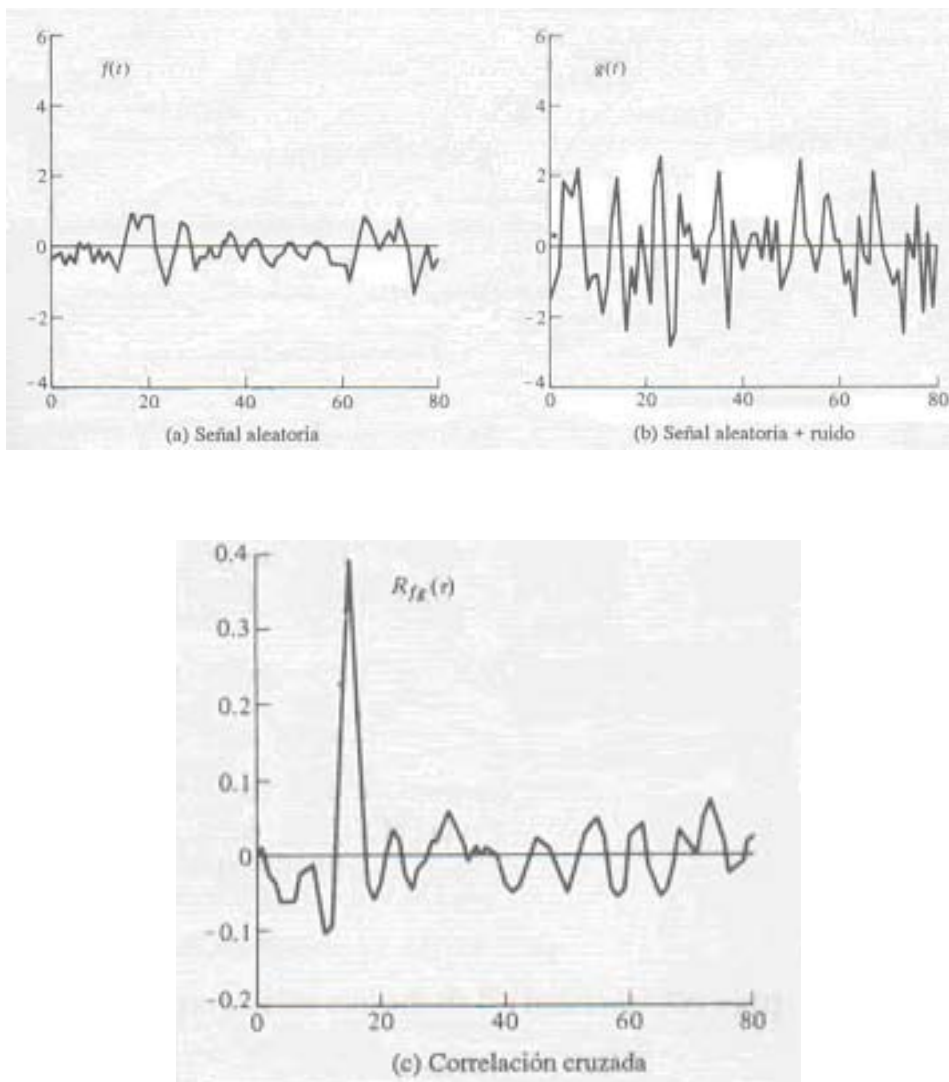


Fig. 14

En la figura (c) el valor de retardo se hace evidente midiéndolo del origen del pico máximo.

Para señales no semejantes el pico de la función de correlación cruzada es un indicador de cuan semejantes son las señales, (cuanto mayor sea el pico las señales son más proporcionales, y cuanto menor lo sea las señales se acercan más a ser ortogonales).

Volviendo al tema tratado, en CDMA a cada usuario se le asigna una secuencia PN particular. Idealmente las secuencias PN entre usuarios deberían ser ortogonales para que el nivel de interferencia experimentado por un usuario, producido por las transmisiones de los demás usuarios, sea cero. Sin embargo, las secuencias PN usadas en la práctica por diferentes usuarios exhiben alguna correlación.

Consideremos la clase de m-secuencias o secuencias pseudoaleatorias de longitud máximas que se explicaron en el capítulo 3.3 de Recepción. Las funciones de correlación cruzadas periódicas entre pares de m-secuencias pueden tener picos relativamente grandes. La tabla de la figura 15 nos muestra las magnitudes de los picos máximos R_{max} de la función correlación cruzada periódica entre pares de m-secuencias para $3 \leq m \leq 12$.

| m | L = 2 ^{m-1} | m-sequences | | | Gold sequences | |
|----|----------------------|-------------|------------------|------------------------|------------------|------------------------|
| | | Number | R _{max} | R _{max} /R(0) | R _{max} | R _{max} /R(0) |
| 3 | 7 | 2 | 5 | 0.71 | 5 | 0.71 |
| 4 | 15 | 2 | 9 | 0.60 | 9 | 0.60 |
| 5 | 31 | 6 | 11 | 0.35 | 9 | 0.29 |
| 6 | 63 | 6 | 23 | 0.36 | 17 | 0.27 |
| 7 | 127 | 18 | 41 | 0.32 | 17 | 0.13 |
| 8 | 255 | 16 | 95 | 0.37 | 33 | 0.13 |
| 9 | 511 | 48 | 113 | 0.22 | 33 | 0.06 |
| 10 | 1023 | 60 | 383 | 0.37 | 65 | 0.06 |
| 11 | 2047 | 176 | 287 | 0.14 | 65 | 0.03 |
| 12 | 4095 | 144 | 1407 | 0.34 | 129 | 0.03 |

En la tabla también se puede ver la longitud de las m-secuencias L = 2^{m-1} para 3 ≤ m ≤ 12.

Se observa que el numero de m-secuencias de longitud L se incrementa rápidamente con m. En la figura se aprecia que el valor pico R_{max} de la función correlación cruzada entre las m-secuencias también se incrementa con el número de m-secuencias. Consecuentemente, las m-secuencias no son adecuadas para sistemas de comunicaciones CDMA, dado que para un número aceptable de registros m (ejemplo de 20 a 30) los picos de la función correlación cruzada entre las secuencias PN de los distintos usuarios son elevados, y por ende esto se interpreta como mayor nivel de interferencia de un usuario a otro, por lo tanto el criterio de diseño de las secuencias PN para en uso de sistemas CDMA es buscar minimizar el pico R_{max} de la función correlación cruzada entre secuencias PN.

Aunque es posible seleccionar un pequeño subgrupo de m-secuencias que tengan valores picos de correlación cruzada relativamente más pequeños que los valores R_{max} vistos en la tabla, el numero de m-secuencias del subgrupo es usualmente muy chico para aplicaciones de CDMA.

Los métodos para generar secuencias PN con mejores propiedades de correlación cruzada que las m-secuencias han sido desarrolladas por Gold (papers [1], [2]) y por Kasami (paper [3]). Las secuencias Gold son construidas tomando un par de secuencias PN especialmente seleccionadas, llamadas *m-secuencias preferidas*, que forman una suma modulo 2 entre ellas y dan como resultado las secuencias Gold, esto se ilustra en la figura 16 para un ejemplo de secuencia Gold de longitud igual a 31. Para un largo L y un m impar, el valor máximo de la función correlación cruzada entre un par de secuencias Gold es R_{max} = √ 2L, para m par R_{max} = √ L .

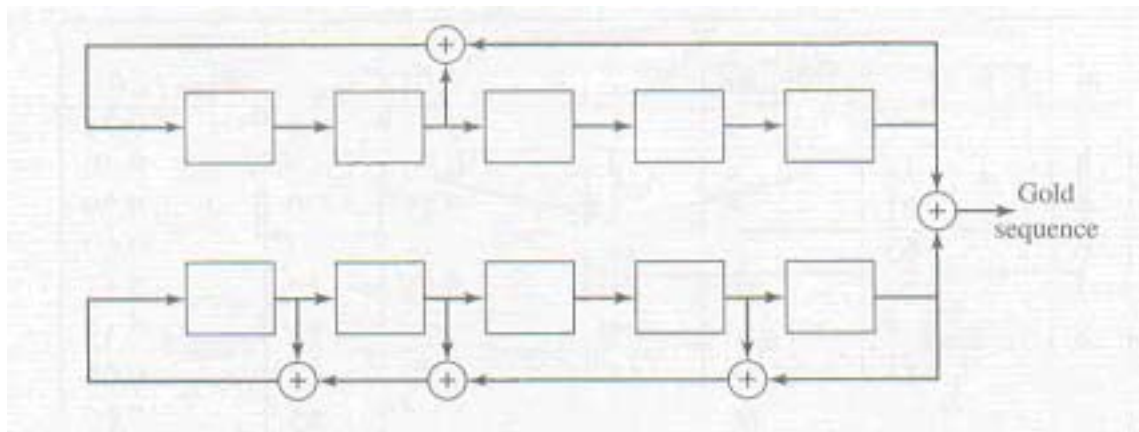


Fig. 16

Kasami describe un método para construir secuencias PN, en este método se selecciona un bit cada (2^{m/2 + 1}) bit de una m-secuencia. Este método de construcción produce un grupo más chico de secuencias PN comparado con las secuencias PN, pero su máximo valor de correlación cruzada es R_{max} = √ L.

Es interesante comparar el valor pico de la función correlación cruzada para secuencias Gold y para secuencias Kasami para poder apreciar la disminución en el máximo de de la correlación cruzada entre cualquier par de secuencias binarias de longitud L. Dado un grupo de secuencias de período L, la disminución en el máximo de correlación cruzada esta dado por la expresión:

$$R_{max} \geq L \sqrt{\frac{N-1}{N \cdot L-1}}$$

Donde para valores grandes de L y N, la expresión se podría aproximar a $R_{max} \geq \sqrt{L}$.

Se puede observar que las secuencias Kasami cumplen con la minimización de los picos máximos de correlación cruzada por lo que estas secuencias son óptimas para el uso de sistemas CDMA. Por otra parte, las secuencias Gold para m impar tienen $R_{max} = \sqrt{2L}$.

Por lo tanto ellas son ligeramente subóptimas.

Además de las secuencias Gold y Kasami, hay otras secuencias binarias que son apropiadas para aplicaciones CDMA, (para más información sobre el tema véase referencia bibliográfica [4] Capítulo 5.7, y papers de Scholtz [4] y de Sarwate y Pursley [5]).

Las características de otras de las secuencias que se podrían utilizar en aplicaciones CDMA se pueden apreciar en la tabla de la figura 17.

| Family | Family Size | P_{max} |
|---|-----------------|-------------------------------|
| Alltop (difference set) [65]* | 2 | $\sqrt{\frac{N+1}{2}}$ |
| Sarwate (FZC seq.) [64]* | $N-1$ | \sqrt{N} |
| Blake and Mark [77] | $(N+1)^k$ | $\leq 1 + (k+1)\sqrt{N+1}$ |
| McGree [78] | N^k | $\leq k\sqrt{N}$ |
| Alltop (cubic phase) [65]* | N | \sqrt{N} |
| Alltop (quad. phase) [65]* | $N-1$ | \sqrt{N} |
| Scholtz and Welch (grp. char.) [33]* | $N-2$ | $\leq \sqrt{N} \frac{N}{N+1}$ |
| H. Trachtenberg [66] | $N+2$ | $1 + \sqrt{p(N+1)}$ |
| T. Helleseeth [79] | $N+2$ | $1 + 2\sqrt{N+1}$ |
| Sidelnikov [80]* | $N+1$ | $\leq 1 + \sqrt{N+1}$ |
| Kumar and Moreno [81]* | $N+1$ | $\leq 1 + \sqrt{N+1}$ |
| Kumar, Scholtz, and Welch [82]* | $\sqrt{N+1}$ | $1 + \sqrt{N+1}$ |
| Suehiro and Hatori [83]* | $\sqrt{N}-1$ | \sqrt{N} |
| Krone and Sarwate [84]* | $2N+4$ | $5 + 3\sqrt{N+1}$ |
| P. Solé [85], Boztas et al. (type A) [86] also Udaya and Siddiqi [91]* | $N+2$ | $\leq 1 + \sqrt{N+1}$ |
| Boztas et al. (type B) [86]* | $\frac{N+2}{4}$ | $\leq 2 + \sqrt{N+2}$ |

4. Desarrollo práctico

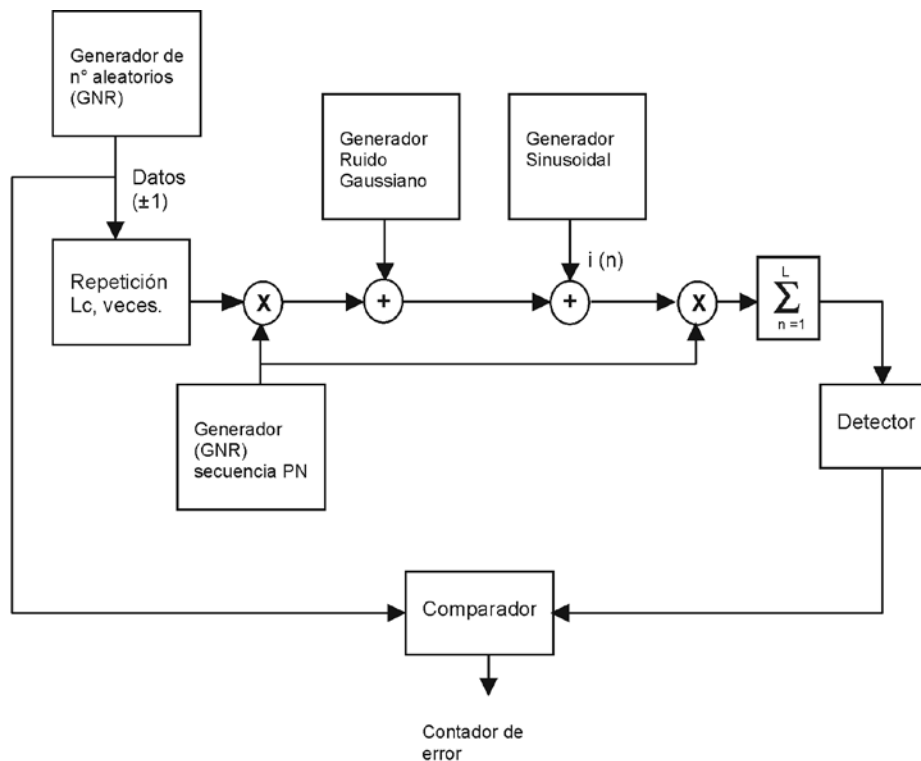
4.1 Simulaciones de sistemas de Espectro Expandido

4.1.1 Introducción a las simulaciones

Para realizar las siguientes simulaciones se tomo la estructura de las simulaciones Monte Carlo, las cuales son usadas para estimar el rendimiento de sistemas de comunicaciones digitales en presencia del ruido e interferencia. La medida comúnmente usada en dichos sistemas es la probabilidad de error (para más información véase referencia bibl. [3], Cap. 2.7). En las simulaciones se supondrá que la modulación de fase de una portadora (PSK) para generar la señal transmitida no producirá modificaciones al análisis de la probabilidad de error, por lo que no se la tendrá en cuenta.

4.1.2 Primera Simulación

El objetivo de esta simulación es demostrar la eficacia de una señal de un sistema de espectro expandido DS en superposición de señales de interferencias. El diagrama en bloques del sistema simulado es ilustrado en la siguiente figura 18.



Un generador de números aleatorios uniforme (GNR) es usado para generar una secuencia binaria de información (± 1). Cada bit de información es repetido L_c veces en el tiempo, donde L_c corresponde al número de chips PN por bit de información. La secuencia resultante, la cual contiene L_c repeticiones por bit, es multiplicada por una secuencia PN (c_n) generada por otro generador uniforme GNR.

A este producto de secuencias se le adiciona un Ruido Gaussiano con densidad espectral de potencia $N_0/2$ y señales de interferencia de la forma:

$$i(n) = A \sin w_0 n$$

Donde $0 < w_0 < \pi$ y la amplitud de la senoidal es seleccionada para satisfacer $A < L_c$.

El demodulador realiza la correlación con la secuencia PN y suma (integra) los paquetes de chips de la señal que constituyen cada bit de información. La salida del sumador es suministrada al detector, el cual compara esta señal con el umbral de cero y decide si el bit transmitido es +1 o -1. El contador de error cuenta los números de errores realizados por el detector. Los resultados de la simulación son mostrados en la figura 19 para tres diferentes valores mayores que cero de la amplitud de interferencia senoidal con $L_c = 30$. En la figura también se muestra la medida de error simulada y teórica cuando la interferencia senoidal es eliminada. La densidad espectral de potencia del ruido aditivo fue supuesta fija para cada simulación y el nivel de la señal deseada fue escalado de forma tal de lograr una relación energía de bit por densidad espectral de potencia de ruido E_b/N_0 deseada (que en la jerga E_b/N_0 se lo define como "EbNo").

Los escritos MATLAB de la simulación programada son los siguientes:

```

echo on
Lc=30;      % Número de chips por bit(Ecuación 7 pag.9).
A1=0.8;    % Amplitud de la primera interferencia senoidal.
A2=1.3;    % Amplitud de la segunda interferencia senoidal.
A3=1.5;    % Amplitud de la tercera interferencia senoidal.
A4=0;      % Cuarto caso: sin interferencia.
w0=1;      % Frecuencia de la interferencia senoidal.
EbNoendB=0:2:10;

```

```

for i=1:length(EbNoendB),
    % Mediciones de Probabilidades de Error en función a EbNo.
    simul_prob_err1(i)=ss_simul1(EbNoendB(i),Lc,A1,w0);
    simul_prob_err2(i)=ss_simul1(EbNoendB(i),Lc,A2,w0);
    simul_prob_err3(i)=ss_simul1(EbNoendB(i),Lc,A3,w0);
    echo off ;
end;
echo on ;
EbNoendB4=0:1:8;
for i=1:length(EbNoendB4),
    % Medición de la probabilidad de Error(Peb)cuando no hay
    %interferencia.
    simul_prob_err4(i)=ss_simul1(EbNoendB4(i),Lc,A4,w0);
    % Medición teórica de la Peb cuando no hay interferencia.
    ebno=10^(EbNoendB4(i)/10);
    Pe_teo(i)=qfunc(sqrt(2*ebno)); % (Ecuación 15 pag. 17).
    echo off ;
end;
% Comandos de ploteo.
echo on;
semilogy(EbNoendB,simul_prob_err1);
hold on
semilogy(EbNoendB,simul_prob_err2);
semilogy(EbNoendB,simul_prob_err3);
semilogy(EbNoendB4,simul_prob_err4);
semilogy(EbNoendB4,Pe_teo, '*');
hold off;
xlabel('Eb/No en dB');
ylabel('Peb');
title('Gráfica de primera simulación (figura 19)');
echo off;

```

La función ss_simul1 tiene los siguientes escritos MATLAB:

```

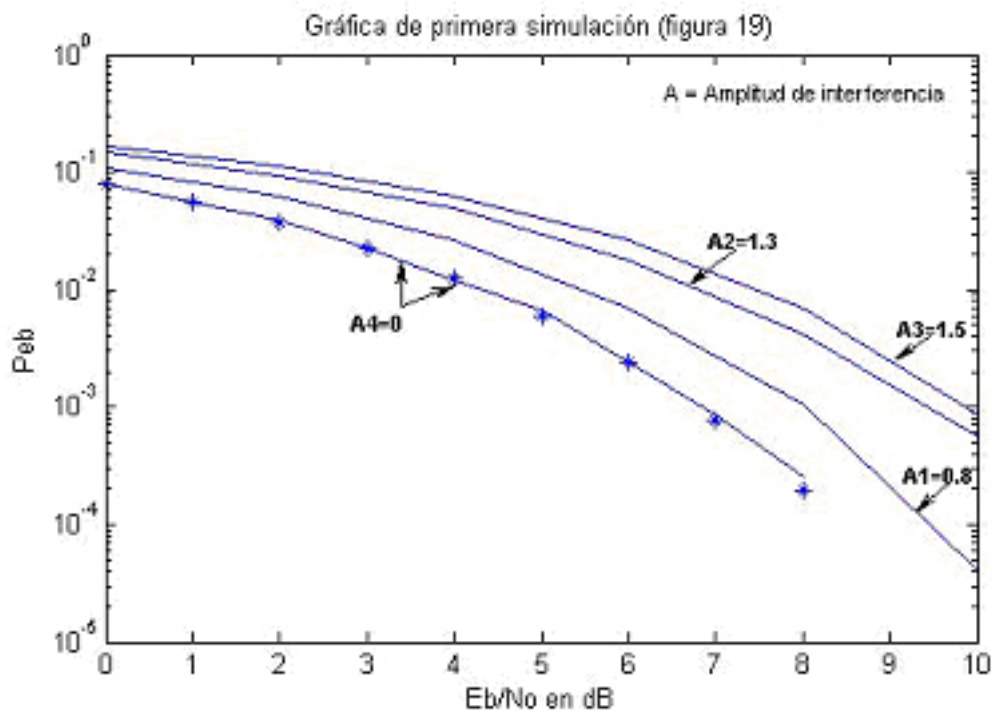
function [p]=ss_simul1(ebno_en_dB, Lc, A, w0)
% ss_simul1 es una función que produce la medida
% de probabilidad de error para valores de entrada
% de ebno_en_dB, Lc, A t w0.
ebno=10^(ebno_en_dB/10);
sigma=1; % Desviación estandar de ruido fija.
No=2*sigma^2; % Densidad espectral de potencia de ruido.
Eb=ebno*No; % Nivel de Energía de la señal para lograr
% la Eb/No deseada.
E_chip=Eb/Lc; % Energía por chip.
N=50000; % Número de chips transmitidos.
num_de_err=0;
for i=1:N,
    % Generación de los bits datos.
    temp=rand;
    if (temp<0.5),
        dato=-1;
    else
        dato=1;
    end;
    % Repetición de los bits datos Lc veces.
    for j=1:Lc,
        repeticion_dato(j)=dato;
    end;
    % Secuencia PN para la duración de bit.

```

```

for j=1:Lc,
    temp=rand;
    if (temp<0.5),
        sec_pn(j)=-1;
    else
        sec_pn(j)=1;
    end;
end;
% Señal transmitida(Ecuación 5 pag. 9 sin la modulación PSK).
se_trans=sqrt(E_chip)*repeticion_dato.*sec_pn; % Donde Tc=1.
% Ruido del canal AWGN con varianza sigma^2.
ruido=sigma*randn(1,Lc);
% Interferencia (Ecuación 13 pag. 16).
n=(i-1)*Lc+1:i*Lc;
interferencia=A*sin(w0*n);
% Señal recibida(Ecuación 11 pag. 15 sin modulación PSK).
se_rec=se_trans+ruido+interferencia;
% Determinación de variable decisión de la señal recibida.
temp=se_rec.*sec_pn; % (Ecuación 10 pag. 13).
variable_decision=sum(temp);
% Tomado de la decisión.
if (variable_decision<0),
    decision=-1;
else
    decision=1;
end;
% Si es un error se incrementa la cuenta de errores.
if (decision~=dato),
    num_de_err=num_de_err+1;
end;
end;
% La medida de la probabilidad de error.
p=num_de_err/N;

```



4.1.3 Segunda simulación

El objetivo de esta simulación es comprobar la eficiencia del sistema de espectro expandido cuando se tienen señales con diferentes ganancias de procesamiento L_c , para lo cual se eligió el modelo de simulación que se utilizó en la primera. La simulación permitirá verificar lo que se desarrollo en la parte teórica con el título de “Efectos de la reducción del espectro en las interferencias (antijamming)”. El diagrama en bloques de esta simulación esta ilustrado en la figura 20:

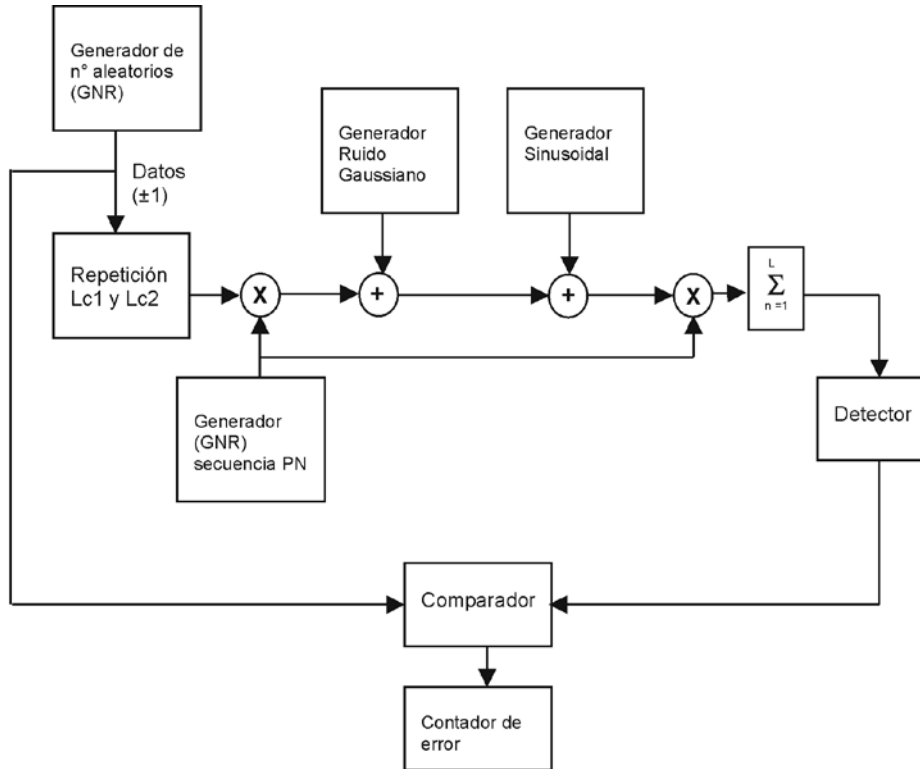


Fig. 20

En esta simulación también un generador de números aleatorios uniforme (GNR) es usado para generar una secuencia binaria de información (± 1). Donde cada bit de información es repetido L_c veces en el tiempo. Dado que se busca conseguir la comparación entre señales con diferentes ganancias de procesamiento L_c , se eligieron dos ganancias de procesamientos con una diferencia de varios chips por bit de información para que el resultado final se pueda apreciar con facilidad. Las secuencias resultantes son multiplicadas por una secuencia PN (c_n) generada por otro generador uniforme GNR.

A este producto de secuencias se le adiciona un Ruido Gaussiano con densidad espectral de potencia $N_0/2$ y señales de interferencia de la forma $i(n) = A \text{sen } \omega_0 n$.

Debido a que, como se explico teóricamente (ecuación 14), la multiplicación de la interferencia con la secuencia PN (c_n) en la recepción da como resultado un ensanchamiento del ancho de banda de la señal de interferencia (con una densidad espectral de potencia $J_0 = P_j / W$, donde $P_j = A^2 / 2$ es la potencia media de la interferencia y W el ancho de banda de la señal expandida), y su vez la señal deseada es demodulada por un correlador que tiene un ancho de banda R , la potencia total de la interferencia en la salida del demodulador será:

$$J_0 \cdot R = \frac{P_j \cdot R}{W} = \frac{P_j}{W/R} = \frac{P_j}{T_b/T_c} = \frac{P_j}{L_c}$$

Por lo tanto la potencia en la señal de interferencia es reducida por una cantidad igual al factor de expansión $W / R = T_b / T_c = L_c$. En la simulación lo que se realizo para poder hacer una similitud de esta situación fue una reducción de la amplitud en la señal interferencia en función de L_c para poder visualizar la mejora en la probabilidad de error de bit.

El demodulador, como se vio en la simulación anterior, realiza la correlación con la secuencia PN y suma (integra) los paquetes de chips de la señal que constituyen cada bit de información. Luego el detec-

tor compara esta señal con el umbral de cero y decide si el bit transmitido es +1 o -1.

Los resultados de la simulación son mostrados en la figura 21 para los dos diferentes valores de ganancia de procesamiento $Lc1 = 10$ (curva azul) y $Lc2 = 100$ (curva roja).

La densidad espectral de potencia del ruido aditivo fue supuesta fija para cada simulación y el nivel de la señal deseada fue escalado de forma tal de lograr una relación energía de bit por densidad espectral de potencia de ruido E_b/N_0 deseada (que en la jerga E_b/N_0 se lo define como "EbNo").

Los escritos MATLAB de la simulación programada son los siguientes:

```

echo on
Lc1=10;      % Primer número de chips por bit(Ecuación 7 pag.9).
Lc2=100;    % Segundo número de chips por bit.
A=4;        % Amplitud de la interferencia senoidal.
w0=1;       % Frecuencia de la interferencia senoidal.
EbNoendB=0:2:10;
for i=1:length(EbNoendB),
    % Mediciones de probabilidades de Error de bit.
    simul_prob_err1(i)=ss_simul2(EbNoendB(i),Lc1,A,w0);
    simul_prob_err2(i)=ss_simul2(EbNoendB(i),Lc2,A,w0);
    echo off ;
end;
% Comandos de ploteo.
echo on;
semilogy(EbNoendB,simul_prob_err1,'b');
hold on
semilogy(EbNoendB,simul_prob_err2,'r');
hold off;
xlabel('Eb/No en dB');
ylabel('Peb');
title('Gráfica de segunda simulación (figura 21)');
echo off;

```

La función `ss_simul2` tiene los siguientes escritos MATLAB:

```

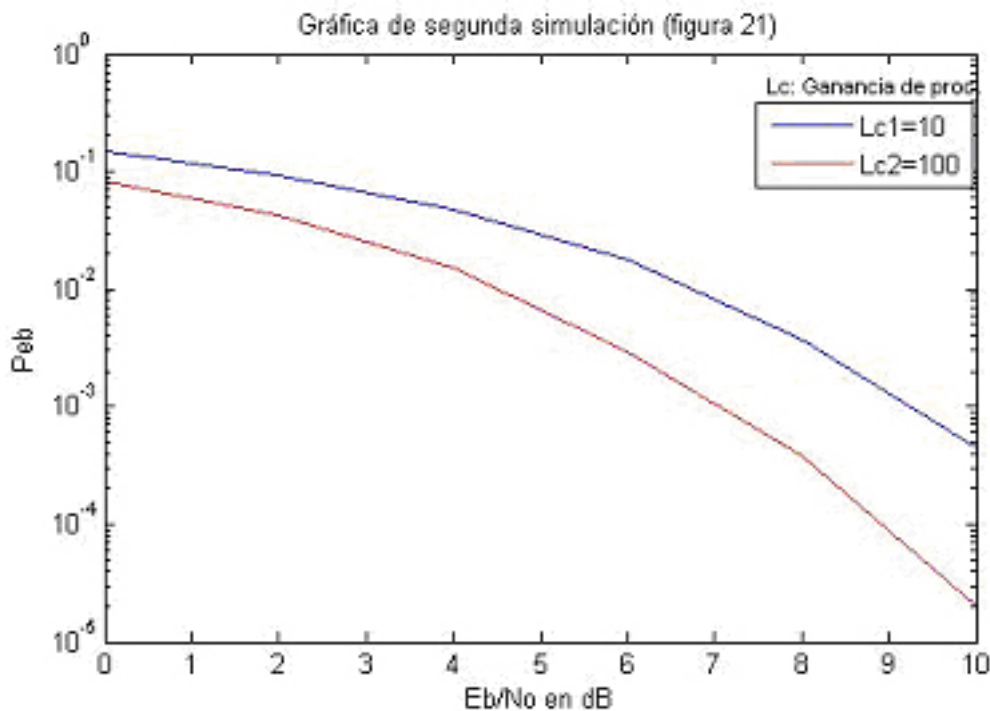
function [p]=ss_simul2(ebno_en_dB, Lc, A, w0)
% ss_simul2 es una función que produce la medida
% de probabilidad de error para valores de entrada
% de ebno_en_dB, Lc, A t w0.
ebno=10^(ebno_en_dB/10);
sigma=1;      % Desviación estandar de ruido fija.
No=2*sigma^2; % Densidad espectral de potencia de ruido.
Eb=ebno*No;   % Nivel de Energía de la señal para lograr
              % la Eb/No deseada.
E_chip=Eb/Lc; % Energía por chip.
E_int=1/2*A^2; % Energía de la interferencia.
N=50000;      % Número de chips transmitidos.
num_de_err=0;
for i=1:N,
    % Generación de los bits datos.
    temp=rand;
    if (temp<0.5),
        dato=-1;
    else
        dato=1;
    end;
    % Repetición de los bits datos Lc veces.
    for j=1:Lc,
        repeticion_dato(j)=dato;
    end;
    % Secuencia PN para la duración de bit.
    for j=1:Lc,

```

```

temp=rand;
if (temp<0.5),
    sec_pn(j)=-1;
else
    sec_pn(j)=1;
end;
end;
% Señal transmitida(Ecuación 5 pag. 9 sin la modulación PSK).
se_trans=sqrt(E_chip)*repeticion_dato.*sec_pn; % Donde Tc=1.
% Ruido del canal AWGN con varianza sigma^2.
ruido=sigma*randn(1,Lc);
n=(i-1)*Lc+1:i*Lc;
% Interferencia con reducción de potencia.
interferencia=sqrt(2*E_int/Lc)*sin(w0*n);
% Señal recibida(Ecuación 11 pag. 15 sin modulación PSK).
se_rec=se_trans+ruido+interferencia;
% Determinación de variable decisión de la señal recibida.
temp=se_rec.*sec_pn; % (Ecuación 10 pag. 13).
variable_decision=sum(temp);
% Tomado de la decisión.
if (variable_decision<0),
    decision=-1;
else
    decision=1;
end;
% Si es un error se incrementa la cuenta de errores.
if (decision~=dato),
    num_de_err=num_de_err+1;
end;
end;
% La medida de la probabilidad de error.
p=num_de_err/N;

```



4.2 Análisis de las secuencias de máxima longitud

El objetivo de esta práctica es poder comparar las secuencias de máxima longitud (m-secuencias), debido a la importancia de estas secuencias en la aplicación CDMA de los sistemas de Espectro Expandido. Para ello se analizarán las funciones de correlación cruzada de dos secuencias de máxima longitud.

Para el análisis de las dos secuencias, en principio se creo la función que realice el papel del Registro de desplazamiento de Retroalimentación Lineal que se explico en la parte teórica. Las cualidades de esta función permiten que el estado binario de cada memoria del registro se transfiera al siguiente en cada instante de tiempo. A su vez los contenidos de los registros son linealmente combinados si hay retroalimentación o no, la retroalimentación en la función esta dada por las conexiones que se proporcionan en el inicio.

Para la comparación se tomaron secuencias de longitudes (L) igual a 31, por lo que la cantidad de memorias (m) en el registro es 5.

Por ultimo, teóricamente, el contenido de estas etapas de realimentación se suma en modulo dos para que luego el valor pase a una memoria de paso hasta el siguiente instante en el tiempo. Para lograr esto se recurrió a la operación OR-EXCLUSIVO que se denota en MATLAB como la función xor, debido a que tiene las mismas propiedades de la suma módulo dos. Para conseguir la secuencia de longitud máxima con 5 memorias en el registro de desplazamiento las retroalimentaciones (conexiones) deben estar es la posición 1 y 4, como se muestra en la tabla figura 4. El diagrama del Registro de Desplazamiento de Retroalimentación Lineal que es analizado en esta práctica se muestra en la siguiente figura 22.

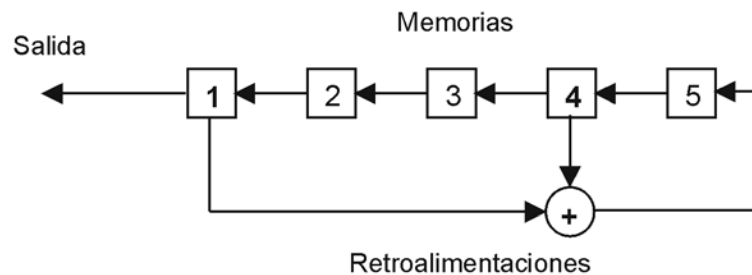


Fig. 22

Los escritos MATLAB del primer análisis son los siguientes:

```

echo on
%Primero se determinan las secuencias de máxima longitud.
conexiones=[1 0 0 1 0];
secuencia1=ss_sm1(conexiones);
secuencia2=ss_sm2(conexiones);
L=2^length(conexiones)-1;    % (Ecuación 8 pag.10)
echo off;

% Cálculo del valor máximo de correlación cruzada para estas
% secuencias.
echo on;
max_corr_cru=0;
c1=secuencia1;
c2=secuencia2;
for m=0:L-1,
    corrim_c2=[c2(m+1:L) c2(1:m)];
    corr=abs(sum(c1.*corrim_c2));    % (Ecuación 16 pag. 23).
    if (corr>max_corr_cru),
        max_corr_cru=corr;
    end;
    echo off;
end;

>> secuencia1

```

```
secuencia1 =
```

```
Columns 1 through 16
```

```
0 0 0 0 1 0 1 0 1 1 1 0 1 1 0 0
```

```
Columns 17 through 31
```

```
0 1 1 1 1 1 0 0 1 1 0 1 0 0 1
```

```
>> secuencia2
```

```
secuencia2 =
```

```
Columns 1 through 16
```

```
0 1 0 0 0 0 1 0 1 0 1 1 1 0 1 1
```

```
Columns 17 through 31
```

```
0 0 0 1 1 1 1 1 0 0 1 1 0 1 0
```

```
>> max_corr_cru
```

```
max_corr_cru =
```

```
16
```

La función `ss_sm1` tiene los siguientes escritos MATLAB:

```
function [sec]=ss_sm1(conexiones)
% ss_sm1 genera la secuencia de máxima longitud cuando
% las retroalimentaciones de los registros estan como % entrada en la función. Un cero
significa no conectado y un % uno representa una conexion.
m=length(conexiones);
L=2^m-1; %Longitud de la secuencia requerida (Ecuación 8 pag 10).
registros=zeros(1,m-1) 1; %Contenidos de los registros iniciales
sec(1)=registros(m-4); % Primer elemento de la secuencia.
for i=2:L,
    nuevos_reg(1)=registros(2);
    nuevos_reg(2)=registros(3);
    nuevos_reg(3)=registros(4);
    nuevos_reg(4)=registros(5);
nuevos_reg(5)=xor(conexiones(1)*registros(1),conexiones(4)*registros(4));
    registros=nuevos_reg; % Contenidos de registros actuales.
    sec(i)=registros(m-4); % Siguiete elemento de la secuencia.
end;
```

La función `ss_sm2` tiene los siguientes escritos MATLAB:

```
function [sec]=ss_sm2(conexiones)
% ss_sm2 genera la secuencia de máxima longitud cuando
% las retroalimentaciones de los registros estan como % entrada en la función. Un cero
significa no conectado y un % uno representa una conexion.
m=length(conexiones);
L=2^m-1; %Longitud de la secuencia requerida (Ecuación 8 pag 10).
registros=[1 0 0 0 1]; % Contenidos de los registros iniciales.
sec(1)=registros(m-4); % Primer elemento de la secuencia.
for i=2:L,
    nuevos_reg(1)=registros(2);
```

```

nuevos_reg(2)=registros(3);
nuevos_reg(3)=registros(4);
nuevos_reg(4)=registros(5);
nuevos_reg(5)=xor(conexiones(1)*registros(1),conexiones(4)*registros(4));
registros=nuevos_reg; % Contenidos de registros actuales.
sec(i)=registros(m-4); % Siguiete elemento de la secuencia.
end;

```

5. Análisis de los resultados y conclusiones

5.1 Primera Simulación

La figura de la primera simulación, fig.19, ilustra los resultados de esta en cinco curvas diferentes, con una transmisión de $N = 50000$ bits para diferentes valores de la relación energía de bit sobre densidad espectral de ruido (E_b/N_0) en dB. Las curvas difieren en los valores de la amplitud de la interferencia senoidal con una ganancia de procesamiento $L_c = 30$. En la figura también se muestra en una curva, cuya simbología es (*), la probabilidad de error teórica cuando la interferencia senoidal es eliminada, de la cual se puede apreciar la similitud de los resultados de la simulación y los valores teóricos de la probabilidad de error lo que da a cuenta del grado de validez de la utilización de este tipo de simulaciones.

De la figura en principio se puede apreciar, como se presuponía, que la probabilidad de error de bit decrece exponencialmente con el incremento de la relación E_b/N_0 .

También se puede apreciar que la probabilidad de error de bit aumenta cuanto mayor es la amplitud de la señal de interferencia que interviene en el sistema. Esto se puede visualizar apreciando que para un valor determinado de la relación E_b/N_0 , como por ejemplo 5 dB, el número de la probabilidad de error de bit aumenta cuanto mayor es la amplitud de la señal de interferencia.

Haciendo un análisis más exhaustivo de los resultados podemos visualizar que la amplitud de la señal transmitida de espectro expandido (A_{ss}) esta dada por la siguiente ecuación:

$$A_{ss} = \sqrt{\frac{E_{ch}}{T_c}} = \sqrt{\frac{E_b}{T_b}} = \sqrt{\frac{N_0 10^{\frac{(E_b/N_0)_{dB}}{10}}}{T_b}}$$

En nuestra simulación $T_c = 1$, $T_b = L_c$, $N_0 = 2$ y la energía de bit (E_b) se obtiene del producto de la densidad espectral de ruido N_0 por la relación E_b/N_0 en veces.

Tomando entonces una relación por ejemplo de $E_b/N_0 = 8$ dB podemos ver que la amplitud de la señal transmitida será:

$$A_{ss} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{0.8}}{30}} = 0.65 \text{ V}$$

Aquí la probabilidad de error teniendo una amplitud de interferencia igual a 0.8 será de un valor de alrededor de 10^{-3} , esto se puede apreciar en la figura 19.

Por lo tanto se puede concluir que para un sistema con una amplitud de interferencia que es mayor aún que la amplitud de la señal transmitida la probabilidad de error es aceptable lo cual evidencia el muy buen rendimiento de los sistemas de espectro expandido.

A su vez la relación señal a ruido para el E_b/N_0 elegido estará dada por la ecuación 9 de la pagina 12:

$$\frac{S}{N} = \frac{E_b}{N_0} \times \frac{1}{L_c} = 6,31 \times \frac{1}{30} = 0.21 = -6,7 \text{ dB}$$

Este resultado demostraría (bajo las diferentes circunstancias que se tomaron en cuenta en el planteo de la simulación, esto es que la varianza de ruido aditivo permanece fija y que el análisis se llevo a cabo para los diferentes niveles de señales que se tuvieron en cuenta) una de las características principales de estos tipos de sistemas, la cual se explicó en la introducción del trabajo, que tiene que ver con el principio

de Shannon que establece que en un canal ruidoso se puede intercambiar ancho de banda por potencia de la señal, pudiendo de esta manera bajar la potencia de los emisores para que no se interfieran. Como se puede apreciar en el resultado la relación señal a ruido para los valores estudiados es baja.

Este tipo de simulaciones permitiría hacer un análisis básico del rendimiento del sistema en determinadas situaciones y así poder estudiar la medida de eficacia en la utilización de dichos sistemas.

5.2 Segunda simulación

La figura de la segunda simulación, fig.21, nos muestra los resultados de ésta en dos curvas diferentes, con una transmisión de $N = 50000$ bits para diferentes valores de la relación E_b/N_0 en dB, igual que se hizo en la primera simulación. Las curvas difieren en el valor de la ganancia de procesamiento $L_c1 = 10$ (curva azul) y $L_c2 = 100$ (curva roja).

En la figura se visualiza en principio la mejora de la probabilidad de error cuanto mayor es la ganancia de procesamiento debido a la disminución del valor de probabilidad de error para un mismo valor de la relación E_b/N_0 . Para el análisis concreto del caso los resultados no se pueden asemejar del todo a la realidad ya que como se aprecia en los escritos del MATLAB la disminución de la interferencia se ve directamente en la descripción de la señal interferencia y no en la señal recibida que es enviada al correlador el cual produce la disminución en la potencia de interferencia final como se explico teóricamente. De todas formas la gráfica nos permite hacer el análisis que marcamos, que en definitiva muestra una de las razones básicas para el uso de señales de Espectro Expandido en la transmisión de información digital sobre canales con interferencia.

Los valores de ganancia de procesamiento que se manejan hoy en día con determinados códigos de expansión pueden ser mucho mayores a los manejados en esta simulación, pero con los valores tratados se pueden ver las características mencionadas.

5.3 Análisis de las secuencias de máxima longitud

Del análisis de dos secuencias máximas (o secuencias de máxima longitud) se obtuvo en principio la demostración de la generación de estas secuencias y luego se analizó la función correlación cruzada entre ambas, donde una de ellas fue analizada con un desplazamiento τ como se explico en la parte teórica de la función correlación cruzada. El resultado de esta correlación nos muestra el valor pico R_{max} de la función correlación cruzada que da un valor de 16, el cual es elevado si se compara con el valor de la tabla de la figura 15 que corresponde al valor R_{max} de las m -secuencias, este valor no dio igual que el de la tabla (en esta el valor es 11) debido a que se analizó otro número de secuencias máximas y el valor a su vez depende de los registros iniciales de las secuencias.

También se puede apreciar de la tabla de la figura 15, que el resultado comparándolo con las secuencias Gold es mucho más elevado aún. Por lo tanto se debería analizar estas ultimas y otras secuencias con la estructura desarrollada en la práctica para visualizar la mejora en la utilización de estas secuencias.

Entonces se puede resumir que en la aplicación CDMA la división entre comunicaciones es el código pseudoaleatorio de expansión y este interfiere al resto de a cuerdo a sus características de correlación. Cuanto más distintos son los códigos entre si, menos se interfieren, menos ruido se producen, más señales pueden compartir el mismo ancho de banda del medio dado una cierta relación señal a ruido propia del receptor.

Es un desafío encontrar códigos que nos permitan obtener mayor aprovechamiento de esta técnica haciendo compartir el medio con una mayor cantidad de usuarios. El código ideal sería una señal parecida al ruido térmico, blanco y gaussiano, por sus características de correlación cruzada respecto a otra señal cualquiera, pero sería muy difícil reproducir las secuencias en el transmisor y en el receptor.

Las secuencias PN y Gold son muy utilizadas hoy en día pero hay códigos con mayor rendimiento, como algunos de los que se listan en la figura 17.

La tercera práctica realizada sirve como base para un estudio más profundo de diversos códigos con mayor rendimiento e incluso para un análisis de los códigos caóticos que tienen características totalmente diferentes.

6. Bibliografía

- [1] Viterbi Andrew J., **CDMA, Principles of Spread Spectrum Communication**, Addison-Wesley (Eds), Edo en U.S.A, Ed. Jun 1995.
- [2] F.G.Strembler, **Introducción a los Sistemas de Comunicaciones**, Tercera Edición, Addison -Wesley (Eds), Edo en Mexico, Ed 1998.
- [3] John G. Proakis, **Contemporary Communication Systems**, Thomson Books (Eds), Edo en U.S.A., Ed. 2004.
- [4] Marvin K. Simon, **Spread Spectrum Communications Handbook**, McGraw-Hill (Eds), Edo en U.S.A, Ed 2002.
- [5] Rodriguez Duc, **Introducción a la Transmisión Segura de la Información utilizando la Técnica de Spread Spectrum**, Ed. Octubre 1999.

Papers

- [1] R.Gold "Optimal binary sequences for Spread Spectrum multiplexing" IEEE Transactions on Information Theory, vol IT-13, pp. 619-621, October 1967.
- [2] R.Gold "Maximal recursive sequences with 3-valued recursive cross correlation functions" IEEE Transactions on Information Theory, vol IT-14, pp. 154-156, January 1968.
- [3] T. Kasami "Weight distribution formula some class of cyclic codes" Tech. Rep. R-285, Coordinated Science Laboratory, University of Illinois, Urbana, Ill., April 1996.
- [4] T. Kasami "Weight distribution formula some class of cyclic codes" Tech. Rep. R-285, Coordinated Science Laboratory, University of Illinois, Urbana, Ill., April 1996.
- [5] R.A.Scholtz, "Optimal CDMA codes" in National Telecommunications Conference Records (Washington, D.C.), pp 54.2.1-54.2.4, November 1979.
- [6] D. V. Sarwate and M. B. Pursley "Crosscorrelation properties of pseudorandom and related sequences" Proceedings of the IEEE, vol.68, pp.593-619, May 1980.